ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ: ΟΡΙΣΜΟΣ:

Σύμφωνα με το Ινστιτούτο Ρομποτικής της Αμερικής, ρομπότ είναι ένας αναπρογραμματιζόμενος και πολυλειτουργικός χωρικός μηχανισμός σχεδιασμένος να μετακινεί υλικά, αντικείμενα, εργαλεία ή εξειδικευμένες συσκευές με κατάλληλες μεταβλητά προγραμματιζόμενες κινήσεις που στοχεύουν στη βελτίωση της απόδοσης μιας σειράς εργασιών.

Ένα ρομπότ διαθέτει:
• αισθητήρες για την απόκτηση πληροφορίας από το εξωτερικό περιβάλλον *ή σε σχέση με την* εσωτερική κατάσταση
• δυνατότητες επεξεργασίας, αντίληψη, συλλογισμός, λήψη αποφάσεων, σχεδιασμός δράσης
• ενεργοποιητές (actuators), για την εκτέλεση κάποιας εργασίας στο περιβάλλον

ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Ακρίβεια
- Επαναληψιμότητα
- Η απόδοση των ρομπότ είναι ανεξάρτητη από τον αριθμό των επαναλήψεων εκτέλεσης μιας εργασίας
- Μείωση κόστους
- Αύξηση της παραγωγικότητας
- Απαλλαγή ανθρώπου από επικίνδυνες και ανθυγιεινές εργασίες

ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Σε εργασίες που απαιτούν νοημοσύνη
- Σε εργασίες που εκτελούνται σε αβέβαιο περιβάλλον
- Μείωση θέσεων εργασίας σε ανιδείκευτο και χαμηλά ειδικευόμενο προσωπικό που δεν αντισταθμίζεται από την δημιουργία νέων θέσεων

Βάση του ρομποτικού βραχίονα ονομάζεται το τμήμα του ρομποτικού βραχίονα που είναι στερεωμένο στο έδαφος ή γενικά στο περιβάλλον εργασίας του ρομπότ. Στη βάση είναι συνδεδεμένη αλυσίδα αρθρώσεων-συνδέσμων που καταλήγει στο εργαλείο τελικής δράσης.

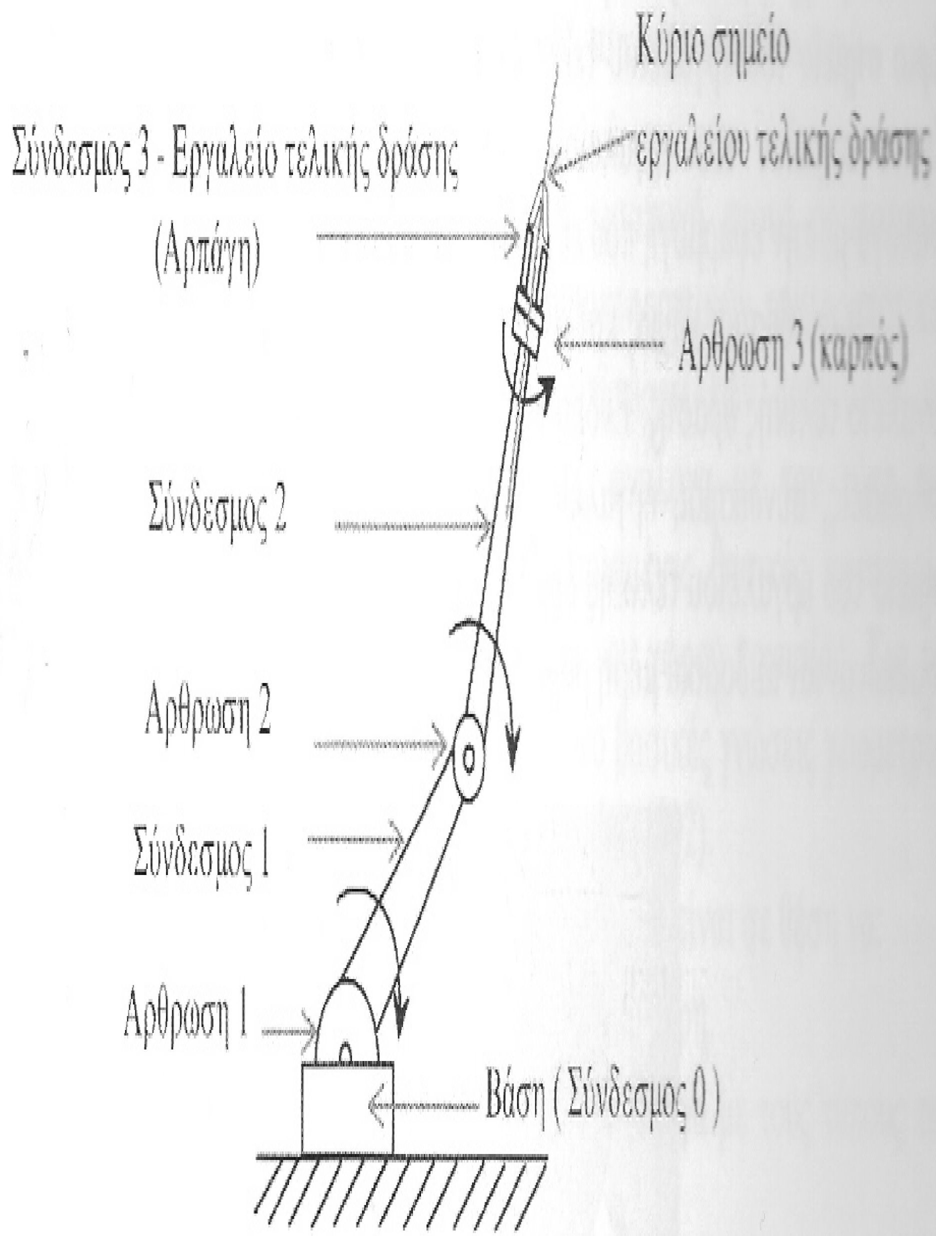
Οι σύνδεσμοι είναι στερεά σώματα που αποτελούν το σκελετό του ρομπότ.

Οι αρθρώσεις είναι μηχανισμοί που επιτρέπουν τη σχετική κίνηση μεταξύ των συνδέσμων.

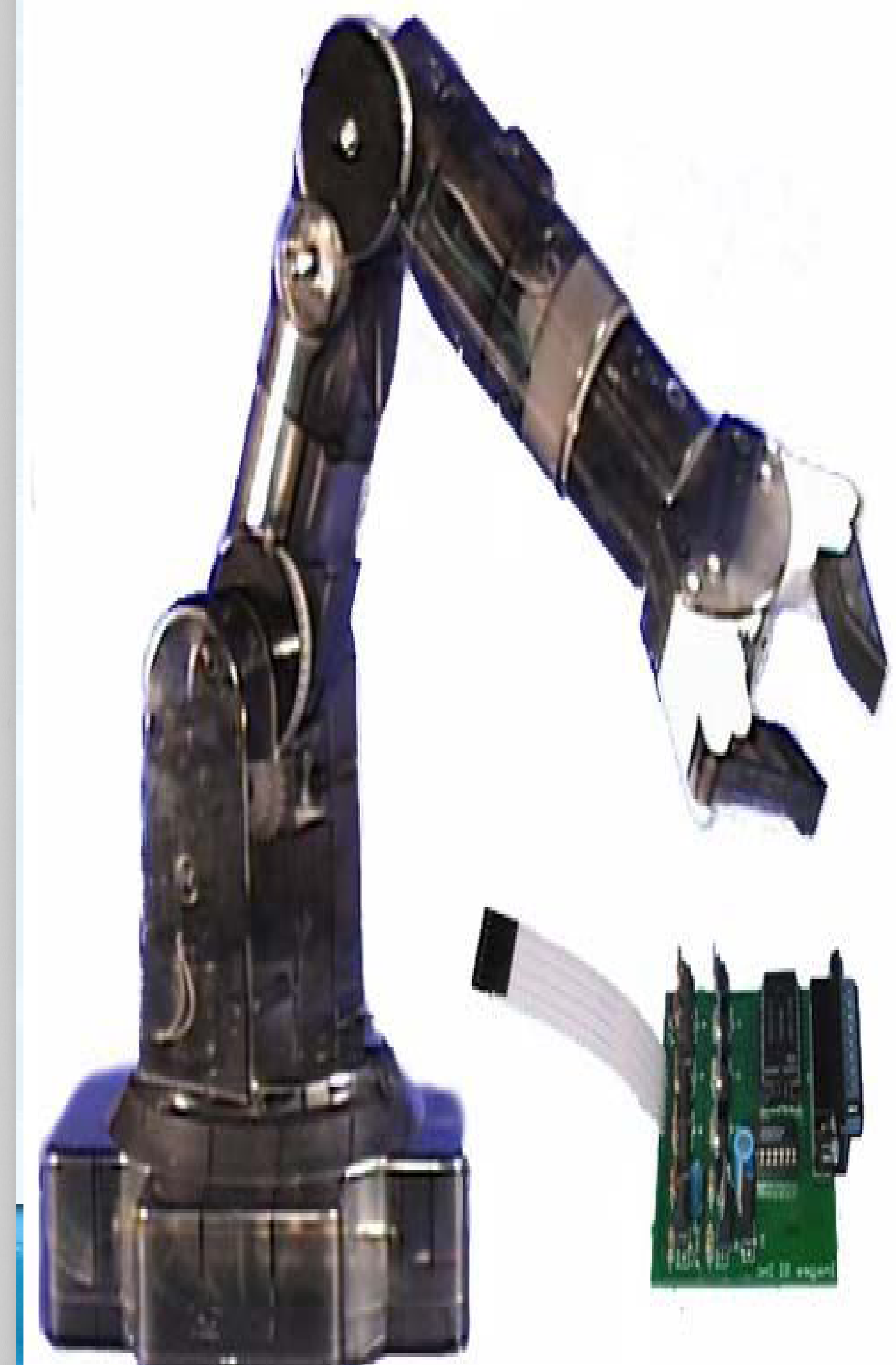
Εργαλείο τελικής δράσης είναι το εργαλείο με το οποίο ο ρομποτικός βραχίονας εκτελεί εργασίες (ηλεκτροσυγκολλητές, κατσαβίδια, ραντιστές μπογιάς, **αρπάγη**).

Κύριο σημείο του εργαλείου τελικής δράσης ονομάζεται το σημείο του οποίου η θέση είναι σημαντική για την αποτελεσματική εκτέλεση της εργασίας του ρομποτικού βραχίονα (π.χ η μύτη σε ένα κατσαβίδι, το σημείο ένωσης των σημείων μιας αρπάγης).

Το σύνολο των ανεξαρτήτων μεταβλητών με βάση τις οποίες περιγράφεται πλήρως η θέση των υλικών σημείων του συστήματος αποτελεί τους **βαθμούς ελευθερίας** του συστήματος.



Σχήμα 2.1: Ρομποτικός βραχίονας

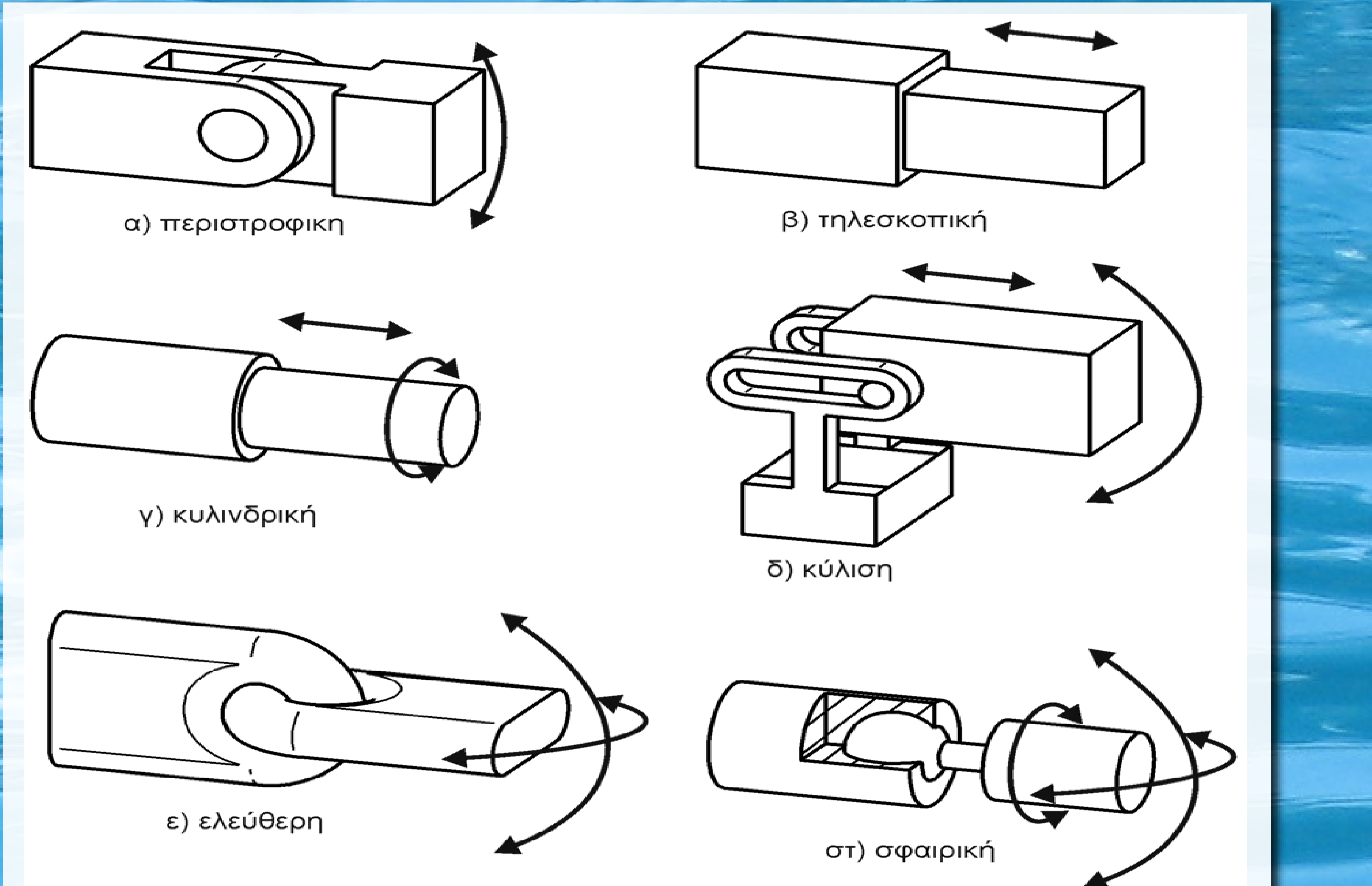


ΕΙΔΗ ΑΡΘΡΩΣΕΩΝ:

- Η περιστροφική άρθρωση είναι άρθρωση που επιτρέπει σχετική στροφή μεταξύ δύο γειτονικών συνδέσμων. Δίνει ένα βαθμό ελευθερίας αφήνοντας το σώμα να περιστραφεί σε ένα επίπεδο και αποκόπτει κάθε άλλη δυνατότητα κίνησης.
- Η πρισματική (ή τηλεσκοπική) άρθρωση είναι άρθρωση που επιτρέπει σχετική μετατόπιση (σε ευθεία γραμμή) μεταξύ δύο γειτονικών συνδέσμων. Δίνει και αυτή ένα βαθμό ελευθερίας αφήνοντας το σώμα να μετατοπίζεται στη διεύθυνση ενός από τους άξονες, και αποκόπτει κάθε άλλη δυνατότητα κίνησης.
- Σύνθετες αρθρώσεις είναι αυτές που αναλύονται γεωμετρικά σε υπέρθεση δύο ή περισσότερων από τις βασικές αρθρώσεις (στροφική και πρισματική).

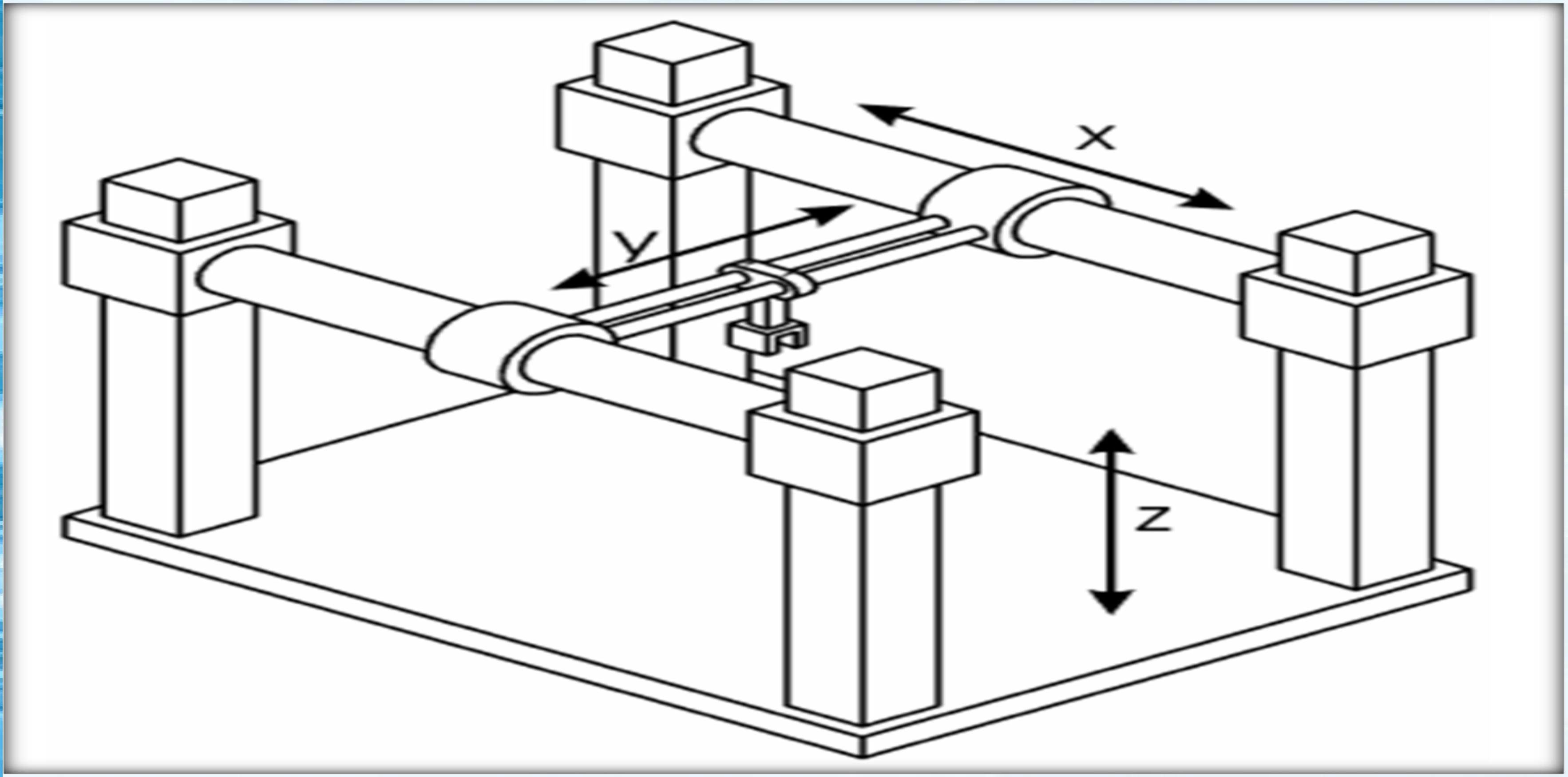
ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΡΘΡΩΣΕΙΣ:

- Η κυλινδρική άρθρωση δίνει δύο βαθμούς ελευθερίας αφήνοντας μία μεταφορική κίνηση στη διεύθυνση ενός άξονα και μία περιστροφική γύρω από τον άξονα αυτό.
- Η άρθρωση της κύλισης δίνει και αυτή δύο βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή μία μεταφορική και μία περιστροφική κίνηση, άλλα σε αυτή την περίπτωση ο άξονας της περιστροφικής κίνησης είναι κάθετος στη διεύθυνση του άξονα που πραγματοποιείται η μεταφορική κίνηση.
- Η ελεύθερη άρθρωση δίνει δύο βαθμούς ελευθερίας αφήνοντας δύο περιστροφικές κινήσεις και εμποδίζοντας όλες τις υπόλοιπες
- Η σφαιρική άρθρωση δίνει τρεις βαθμούς ελευθερίας αφήνοντας και τις τρεις περιστροφικές κινήσεις ελεύθερες και εμποδίζοντας όλες τις μεταφορικές.


α) περιστροφικη
β) τηλεσκοπική
γ) κυλινδρική
δ) κύλιση
ε) ελεύθερη
στ) σφαιρική

Ταξινόμηση ρομπότ ανάλογα με το σύστημα συντεταγμένων

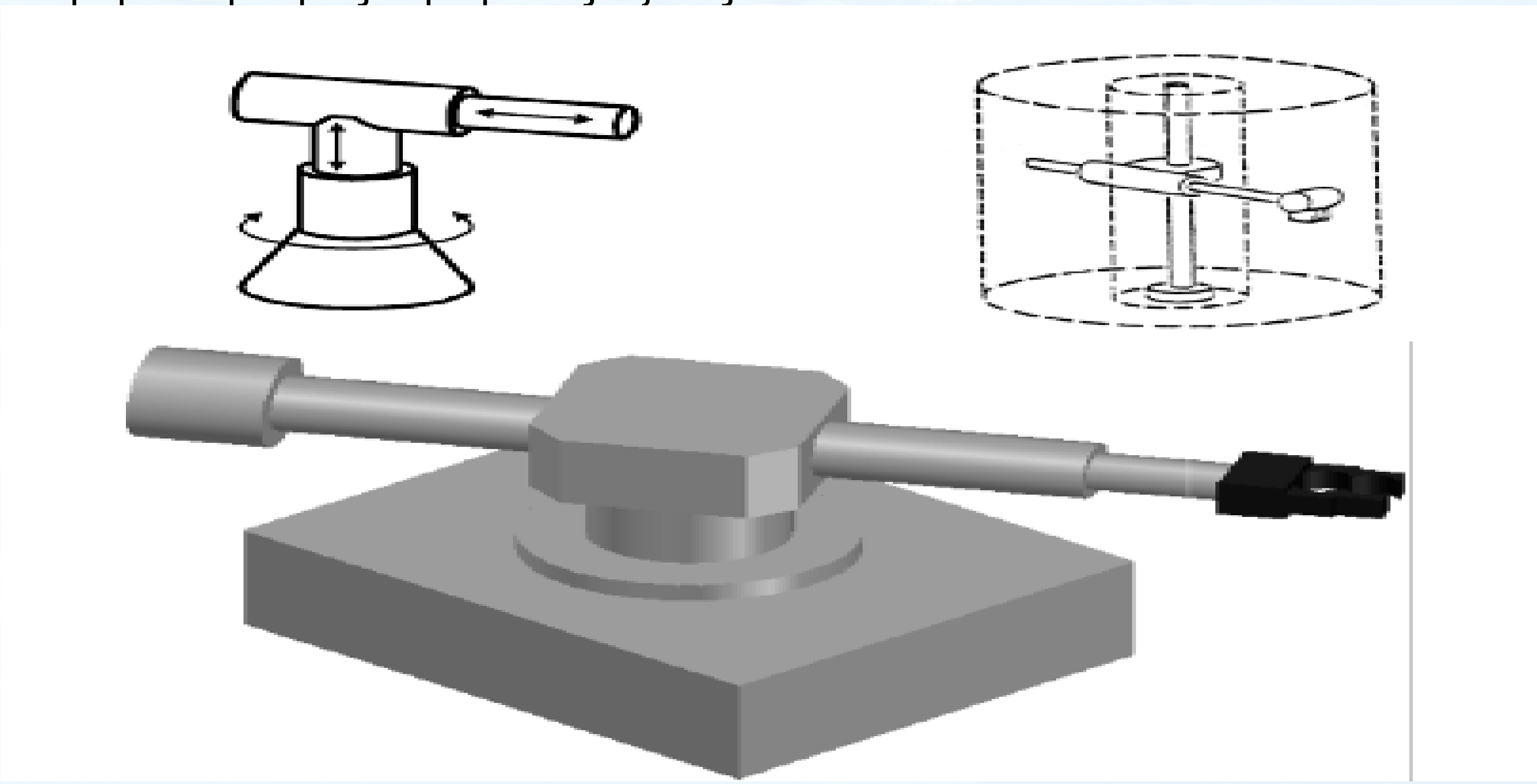
- Καρτεσιανά με τρεις γραμμικούς άξονες
- Κυλινδρικά με δυο γραμμικούς και ένα στροφικό άξονα
- Σφαιρικά με ένα γραμμικό και δυο στροφικούς άξονες
- Αρθρωτά με τρεις στροφικούς άξονες



Καρτεσιανός χώρος εργασίας

Ταξινόμηση ρομπότ ανάλογα με το σύστημα συντεταγμένων

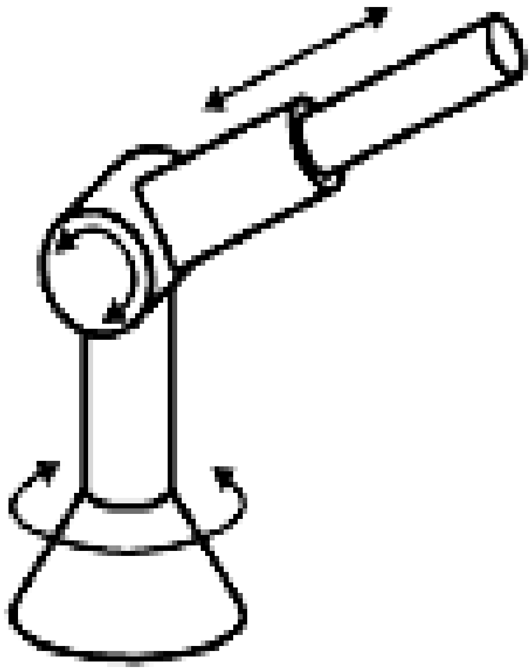
- Καρτεσιανά με τρεις γραμμικούς άξονες
- Κυλινδρικά με δυο γραμμικούς και ένα στροφικό άξονα
- Σφαιρικά με ένα γραμμικό και δυο στροφικούς άξονες
- Αρθρωτά με τρεις στροφικούς άξονες

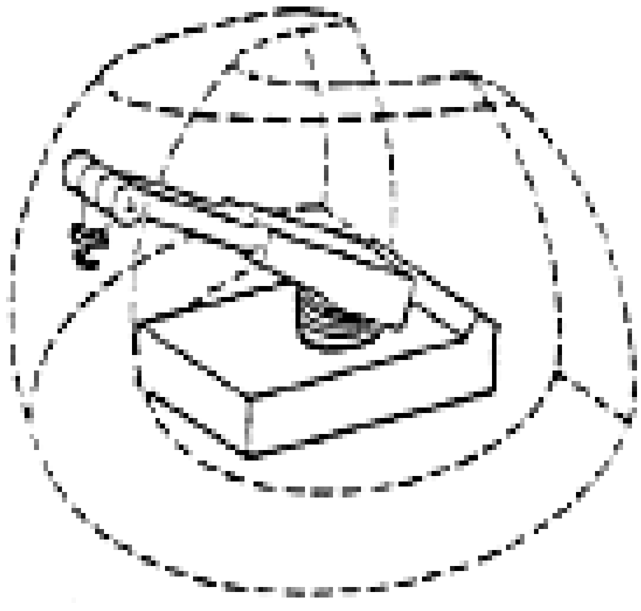


Κυλινδρικός χώρος εργασίας

Ταξινόμηση ρομπότ ανάλογα με το σύστημα συντεταγμένων

- Καρτεσιανά με τρεις γραμμικούς άξονες
- Κυλινδρικά με δυο γραμμικούς και ένα στροφικό άξονα
- Σφαιρικά με ένα γραμμικό και δυο στροφικούς άξονες
- Αρθρωτά με τρεις στροφικούς άξονες

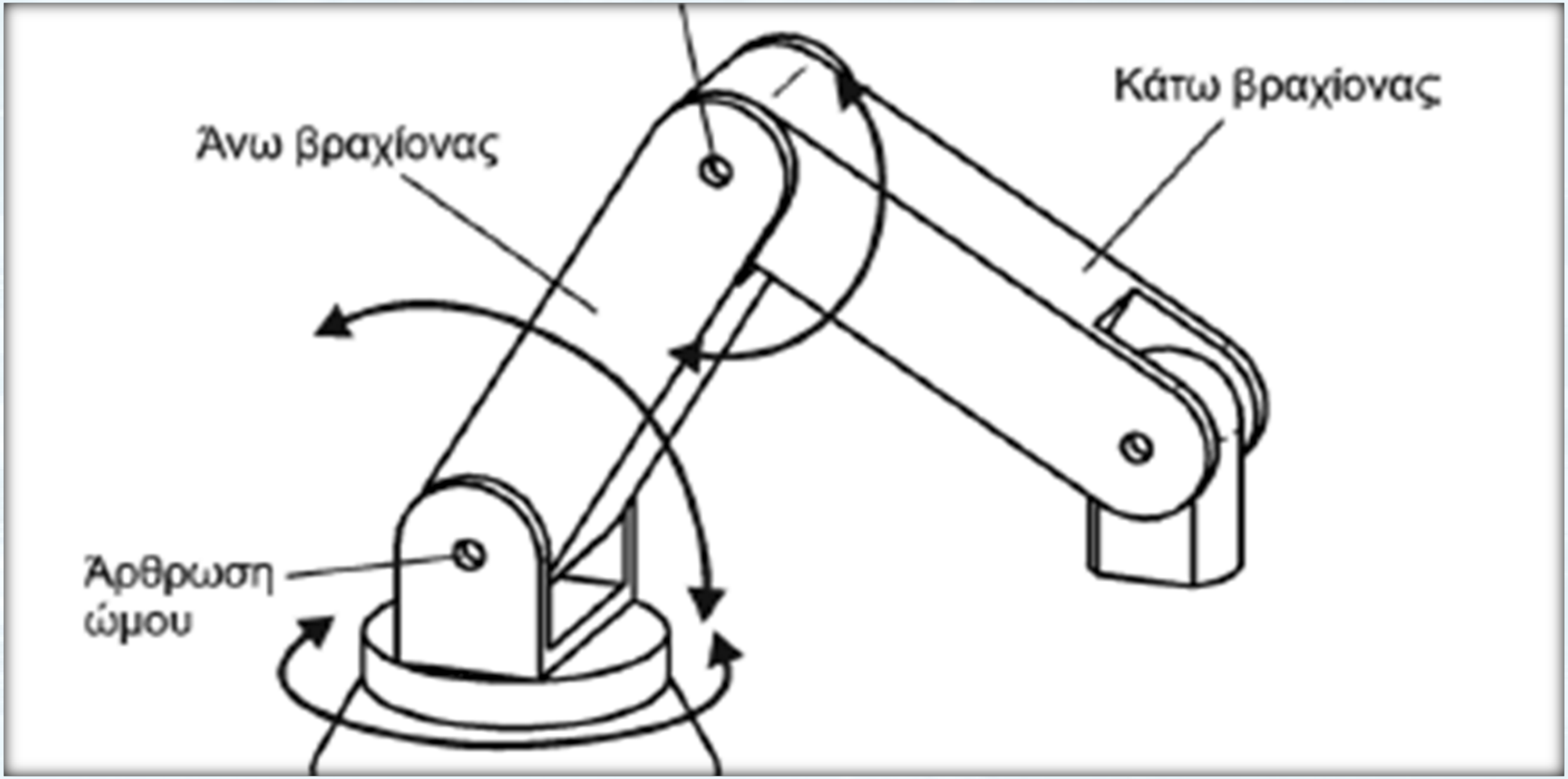




Σφαιρικός χώρος εργασίας

<u>Ταξινόμηση ρομπότ ανάλογα με το σύστημα συντεταγμένων</u>

- Καρτεσιανά με τρεις γραμμικούς άξονες
- Κυλινδρικά με δυο γραμμικούς και ένα στροφικό άξονα
- Σφαιρικά με ένα γραμμικό και δυο στροφικούς άξονες
- Αρθρωτά με τρεις στροφικούς άξονες



Σφαιρικός χώρος εργασίας

Οι ρομποτικοί βραχίωνες από την οπτική της θεωρίας συστημάτων διακρίνονται σε δύο κατηγορίες

- Ανοικτού βρόχου
- Κλειστού βρόχου που παρουσιάζουν μεγαλύτερο πρακτικό ενδιαφέρον και χαρακτηρίζονται από δύο επιπλέον στοιχεία εκτός από τα στοιχεία που διαχωρίζουν το ρομποτικό βραχίονα από το χωρικό μηχανισμό:
  - αισθητήρες που είναι όργανα μέτρησης της σχετικής ή απόλυτης κίνησης (θέση, ταχύτητα ή επιτάχυνση) των συνδέσμων του βραχίονα.
  - σύστημα αυτόματου ελέγχου (ΣΑΕ) της κίνησης του ρομποτικού βραχίονα, το οποίο είναι εγκατεστημένο στον εγκέφαλο του ρομποτικού βραχίονα. Το σύστημα ελέγχου ή αλλιώς ο ελεγκτης αξιοποιεί την πληροφορία των αισθητήρων και με βάση την πληροφορία αυτή διαμορφώνει τις εντολές προς τους ενεργοποιητές.

ΚΙΝΗΣΗ ΒΡΑΧΙΩΝΑ

Μελέτη της σχετικής κίνησης ενός στερεού σώματος ως προς το άλλο (κίνηση μεταξύ των συνδέσμων των ρομποτικών βραχιόνων.

Η ανάλυση της στροφής μεταξύ δύο στερεών σωμάτων παρουσιάζει περισσότερες δυσκολίες σε σχέση με τη μετατόπιση.

Έστω το σώμα P το οποίο είναι προσαρμοσμένο σε ένα σύστημα συντεταγμένων $\{\boldsymbol{Ox_1},\boldsymbol{Oy_1},\boldsymbol{Oz_1}\}$ με ορθοκανονική βάση $\{\boldsymbol{i_1},\boldsymbol{j_1},\boldsymbol{k_1}\}$. Το διάνυσμα από την αρχή των αξόνων O μέχρι το σημείο P συμβολίζεται με ***p*** και αναλύεται στην ορθοκανονική βαση ως εξής:

$\boldsymbol{p} = p_{1,x}\, \boldsymbol{i_1} + p_{1,y}\, \boldsymbol{j_1} + p_{1,z}\, \boldsymbol{k_1}$

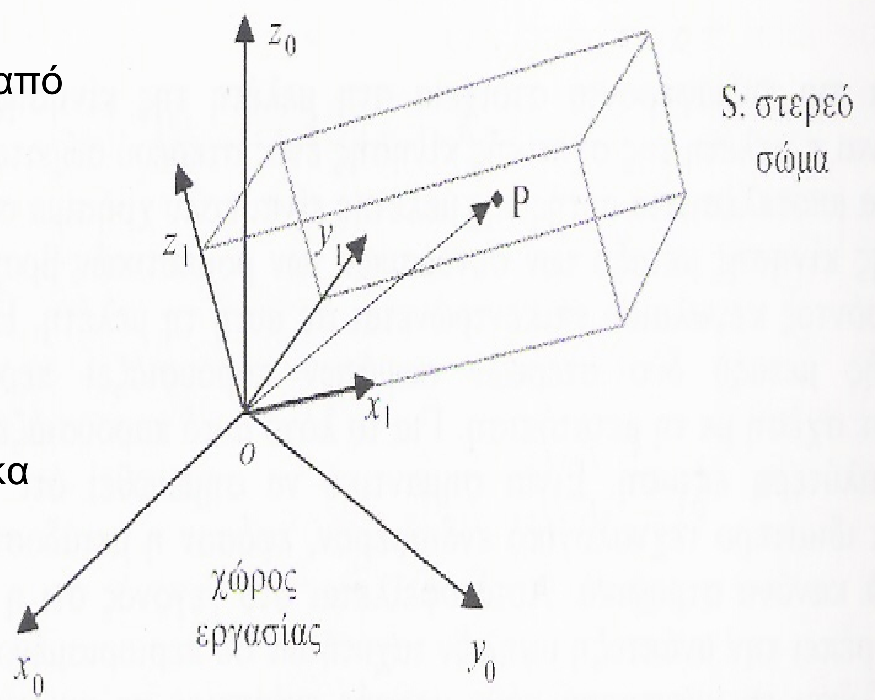
Όπου $p_{1,x}$, $p_{1,y}$, $p_{1,z}$ οι συντεταγμένες του διανύσματος ως προς το σύστημα συντεταγμένων $\{\boldsymbol{Ox_1},\boldsymbol{Oy_1},\boldsymbol{Oz_1}\}$.

Το διάνυσμα ***p*** γράφεται με τη μορφή πίνακα ως εξής: $\boldsymbol{p} = [\ p_{1,x}\ p_{1,y}\ p_{1,z}\ ]^T$

Έστω $\{\boldsymbol{Ox_0},\boldsymbol{Oy_0},\boldsymbol{Oz_0}\}$ το αρχικό σύστημα αξόνων με ορθοκανονική βάση $\{\boldsymbol{i_0},\boldsymbol{j_0},\boldsymbol{k_0}\}$. Το διάνυσμα ***p*** αναλύεται στην ορθοκανονική βαση ως εξής:

$\boldsymbol{p} = p_{0,x}\, \boldsymbol{i_1} + p_{0,y}\, \boldsymbol{j_1} + p_{0,z}\, \boldsymbol{k_1}$

Το διάνυσμα ***p*** γράφεται με τη μορφή πίνακα ως εξής: $\boldsymbol{p} = [\ p_{0,x}\ p_{0,y}\ p_{0,z}\ ]^T$

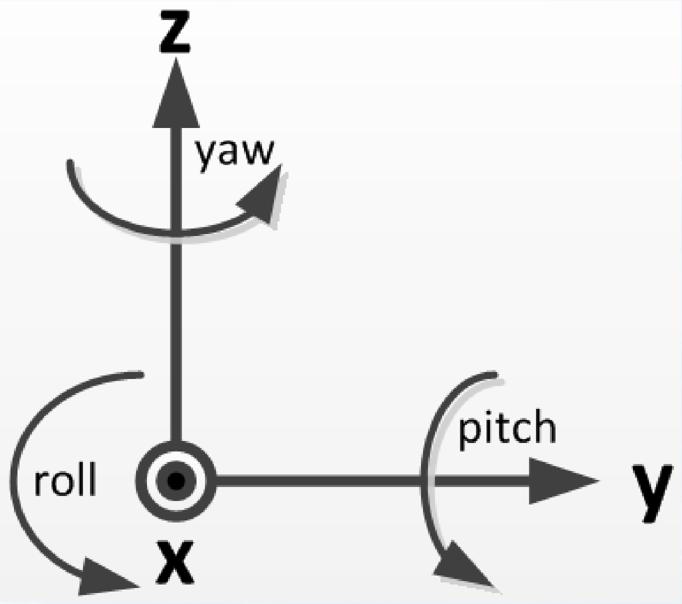


Σχήμα 3.1: Στερεό σώμα που εκτελεί στροφή ως προς το χώρο εργασίας

Οι πίνακες $\boldsymbol{p_0}$, $\boldsymbol{p_1}$ που αποτελούν τις συντεταγμένες του διανύσματος **p** ως προς τα δύο συστήματα αναφοράς σχετίζονται με τις σχέσεις:

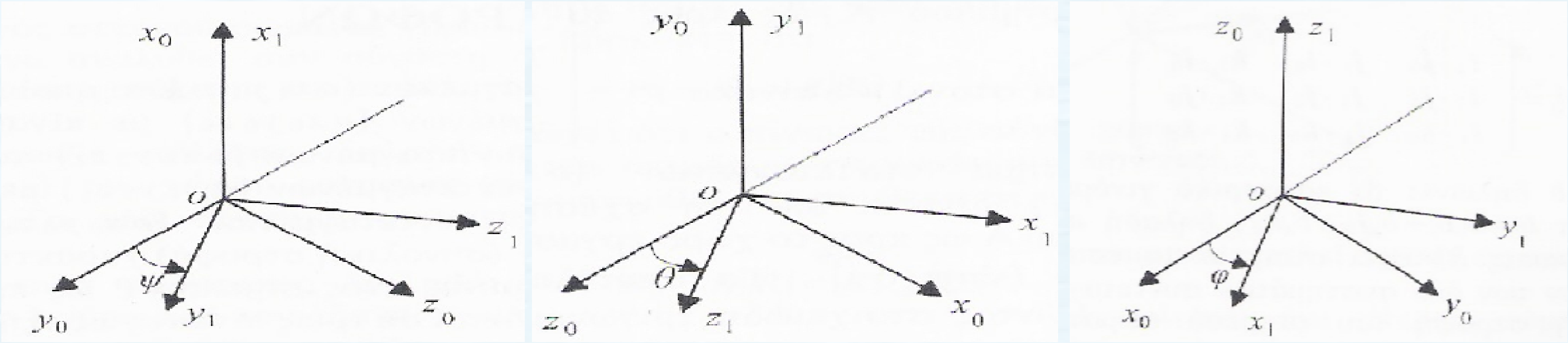
$$\boldsymbol{p_0}=\begin{bmatrix} p_{0,x} \\ p_{0,y} \\ p_{0,z} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \vec{p}\cdot\vec{i}_0 \\ \vec{p}\cdot\vec{j}_0 \\ \vec{p}\cdot\vec{k}_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} (p_{1,x}\cdot\vec{i}_1+p_{1,y}\cdot\vec{j}_1+p_{1,z}\cdot\vec{k}_1)\cdot\vec{i}_0 \\ (p_{1,x}\cdot\vec{i}_1+p_{1,y}\cdot\vec{j}_1+p_{1,z}\cdot\vec{k}_1)\cdot\vec{j}_0 \\ (p_{1,x}\cdot\vec{i}_1+p_{1,y}\cdot\vec{j}_1+p_{1,z}\cdot\vec{k}_1)\cdot\vec{k}_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} p_{1,x}\cdot\vec{i}_1\cdot\vec{i}_0+p_{1,y}\cdot\vec{j}_1\cdot\vec{i}_0+p_{1,z}\cdot\vec{k}_1\cdot\vec{i}_0 \\ p_{1,x}\cdot\vec{i}_1\cdot\vec{j}_0+p_{1,y}\cdot\vec{j}_1\cdot\vec{j}_0+p_{1,z}\cdot\vec{k}_1\cdot\vec{j}_0 \\ p_{1,x}\cdot\vec{i}_1\cdot\vec{k}_0+p_{1,y}\cdot\vec{j}_1\cdot\vec{k}_0+p_{1,z}\cdot\vec{k}_1\cdot\vec{k}_0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \vec{i}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{i}_0 \\ \vec{i}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{j}_0 \\ \vec{i}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{k}_0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} p_{1,x} \\ p_{1,y} \\ p_{1,z} \end{bmatrix}=R_0^1\cdot\boldsymbol{p_1}$$

Ο πίνακας R_0^1 ονομάζεται πίνακας στροφής.
Ο πίνακας R_1^0 μας δίνει την ανάποδη στροφή και ισχύει $R_0^1 = (R_1^0)^{-1}$.



Η γωνία περιστροφής του άξονα Oz ονομάζεται yaw.
Η γωνία περιστροφής του άξονα Oy ονομάζεται pitch.
Η γωνία περιστροφής του άξονα Ox ονομάζεται roll.

ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΡΟΦΗΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ (roll, pitch, yaw)



$$R_{x,\psi}=\begin{bmatrix}\vec{i}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{i}_0\\ \vec{i}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{j}_0\\ \vec{i}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{k}_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma\upsilon\nu\psi & -\eta\mu\psi\\ 0 & \eta\mu\psi & \sigma\upsilon\nu\psi\end{bmatrix}$$

$$R_{y,\theta}=\begin{bmatrix}\vec{i}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{i}_0\\ \vec{i}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{j}_0\\ \vec{i}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{k}_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma\upsilon\nu\theta & 0 & \eta\mu\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\eta\mu\theta & 0 & \sigma\upsilon\nu\theta\end{bmatrix}$$

$$R_{z,\varphi}=\begin{bmatrix}\vec{i}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{i}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{i}_0\\ \vec{i}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{j}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{j}_0\\ \vec{i}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{j}_1\cdot\vec{k}_0 & \vec{k}_1\cdot\vec{k}_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma\upsilon\nu\varphi & -\eta\mu\varphi & 0\\ \eta\mu\varphi & \sigma\upsilon\nu\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Περιστρέφοντας ένα σύστημα συντεταγμένων κατά γωνία φ τον άξονα z, στη συνέχεια κατά γωνία θ τον άξονα y και τέλος κατά γωνία ψ τον άξονα x οι συντεταγμένες ενός σημείου p ως προς το αρχικό σύστημα συντεταγμένων θα είναι:

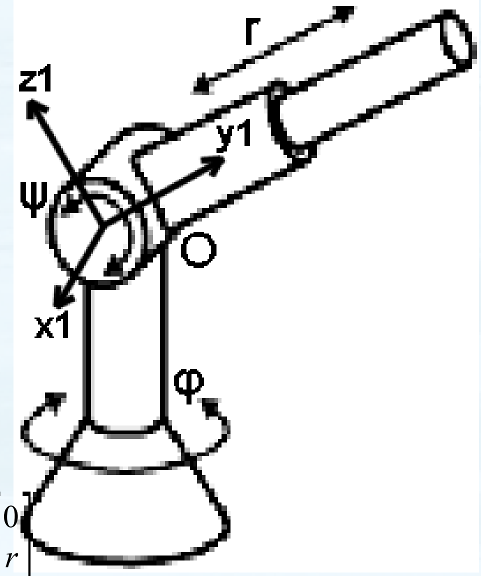
$$\boldsymbol{p_0}=R_{z,\varphi}\cdot R_{y,\theta}\cdot R_{x,\psi}\cdot \boldsymbol{p_1}$$

$$\boldsymbol{p_0}=\begin{bmatrix}\sigma\upsilon\nu\varphi & -\eta\mu\varphi & 0\\ \eta\mu\varphi & \sigma\upsilon\nu\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sigma\upsilon\nu\theta & 0 & \eta\mu\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\eta\mu\theta & 0 & \sigma\upsilon\nu\theta\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma\upsilon\nu\psi & -\eta\mu\psi\\ 0 & \eta\mu\psi & \sigma\upsilon\nu\psi\end{bmatrix}\cdot \boldsymbol{p_1}$$

Περιστρέφοντας το σύστημα συντεταγμένων με διαφορετική σειρά ως προς τους άξονες ακόμα και με τις ίδιες γωνίες προκύπτει διαφορετικός πίνακας στροφής.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Να βρεθούν οι συντεταγμένες του τελικού στοιχείου δράσης ως προς το αρχικό σύστημα συντεταγμένων με κέντρο το Ο αν ο βραχίωνας περιστραφεί πρώτα ως προς τον άξονα z κατά γωνία φ=π/6, στη συνέχεια ως προς τον άξονα x κατά ψ=π/3 και το έμβολο ρυθμιστεί σε απόσταση r=30cm από το κέντρο Ο.



<u>ΛΥΣΗ:</u>

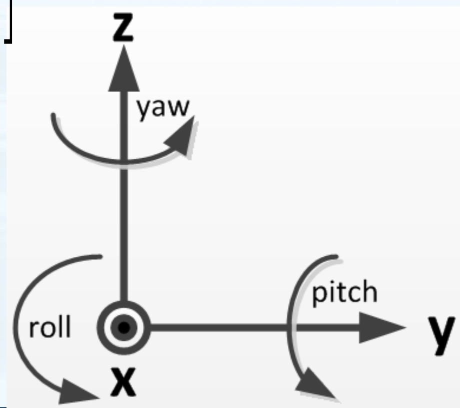
Ως προς το σύστημα συντεταγμένων {$\boldsymbol{Ox_1}$,$\boldsymbol{Oy_1}$,$\boldsymbol{Oz_1}$} τελικό στοιχείο δράσης θα έχεις πάντοτε τις εξής συνιστώσες:

p = (0, r, 0).

Μετά την περιστροφή του άξονα z κατά γωνία φ=π/6 και στη συνέχεια του άξονα x κατά ψ=π/6 οι συντεταγμένες του τελικού σημείου δράσης θα είναι:

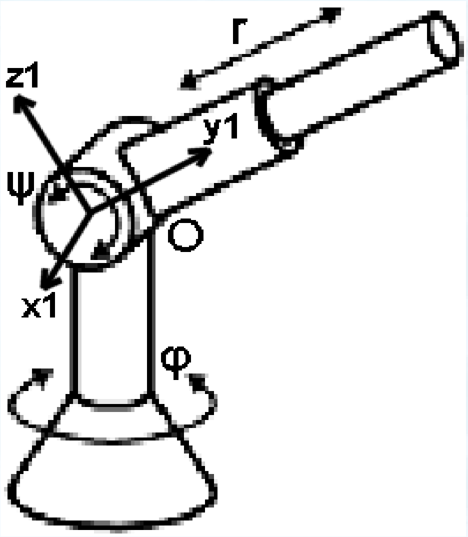
$$\boldsymbol{p_0} = R_{z,\varphi}\cdot R_{x,\psi}\cdot \boldsymbol{p_1} = \begin{bmatrix} \sigma\upsilon\nu\varphi & -\eta\mu\varphi & 0 \\ \eta\mu\varphi & \sigma\upsilon\nu\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma\upsilon\nu\psi & -\eta\mu\psi \\ 0 & \eta\mu\psi & \sigma\upsilon\nu\psi \end{bmatrix}\cdot \boldsymbol{p_1} = \begin{bmatrix} \sigma\upsilon\nu\varphi & -\eta\mu\varphi\cdot\sigma\upsilon\nu\psi & \eta\mu\varphi\cdot\eta\mu\psi \\ \eta\mu\varphi & \sigma\upsilon\nu\varphi\cdot\sigma\upsilon\nu\psi & -\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot\eta\mu\psi \\ 0 & \eta\mu\psi & \sigma\upsilon\nu\psi \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -r\cdot\eta\mu\varphi\cdot\sigma\upsilon\nu\psi \\ r\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot\sigma\upsilon\nu\psi \\ r\cdot\eta\mu\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}3\cdot\eta\mu\frac{\pi}{6}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \\ 0{,}3\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \\ 0{,}3\cdot\eta\mu\frac{\pi}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} \\ 0{,}3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} \\ 0{,}3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}075 \\ 0{,}13 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$



ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Πιο ενδιαφέρον πρόβλημα αποτελεί το αντίστροφο. Να βρεθούν οι γωνίες φ, ψ και το μήκος που πρέπει να προεκταθεί το έμβολο του σχήματος ώστε το τελικό στοιχείο δράσης να βρεθεί στη θέση p1=(1,1,1). Να θεωρηθεί ότι πρώτα γίνεται η περιστροφή του άξονα z και στη συνέχεια η περιστροφή του άξονα x.



<u>ΛΥΣΗ:</u>

Σην προηγούμενη εφαρμογή αποδείχθηκε ότι οι συντεταγμένες του τελικού στοιχείου δράσης ικανοποιούν τη σχέση:

$$\boldsymbol{p_0}=\begin{bmatrix}-r\cdot ημφ\cdot συνψ\\ r\cdot συνφ\cdot συνψ\\ r\cdot ημψ\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-r\cdot ημφ\cdot συνψ\\ r\cdot συνφ\cdot συνψ\\ r\cdot ημψ\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{Bmatrix}-r\cdot ημφ\cdot συνψ=1 & (1)\\ r\cdot συνφ\cdot συνψ=1 & (2)\\ r\cdot ημψ=1 & (3)\end{Bmatrix}$$

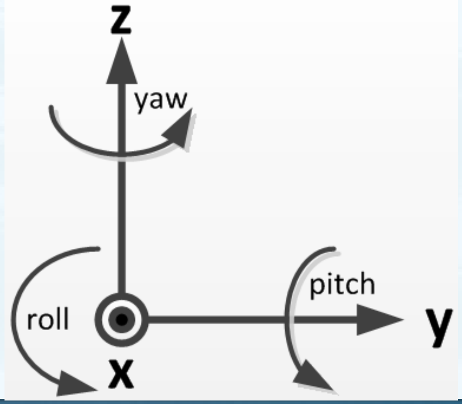
Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{-r\cdot ημφ\cdot συνψ}{r\cdot συνφ\cdot συνψ}=\frac{1}{1}\Leftrightarrow εφφ=-1\Rightarrow φ=-\frac{\pi}{4}\ ή\ αλλιώς\ φ=-45^{o}$$

Το σύστημα των εξισώσεων γίνεται:

$$\begin{Bmatrix}-r\cdot ημ(-\frac{\pi}{4})\cdot συνψ=1 & (1)\\ r\cdot συν(-\frac{\pi}{4})\cdot συνψ=1 & (2)\\ r\cdot ημψ=1 & (3)\end{Bmatrix}\Leftrightarrow\begin{Bmatrix}r\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot συνψ=1 & (1)\\ r\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot συνψ=1 & (2)\\ r\cdot ημψ=1 & (3)\end{Bmatrix}\Leftrightarrow\begin{Bmatrix}r\cdot συνψ=\sqrt{2} & (1)\\ r\cdot συνψ=\sqrt{2} & (2)\\ r\cdot ημψ=1 & (3)\end{Bmatrix}$$

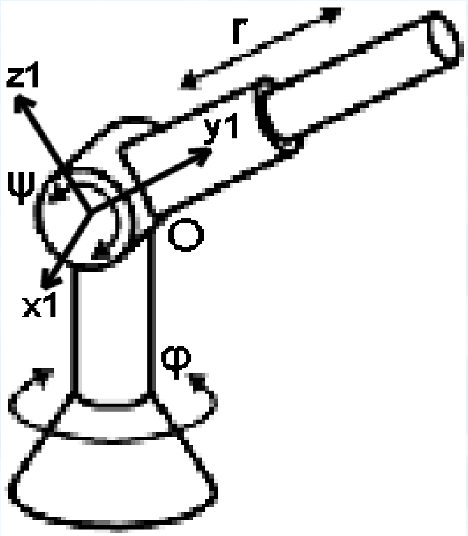
Διαιρώντας κατά μέλη τις (3) και (2) έχουμε:



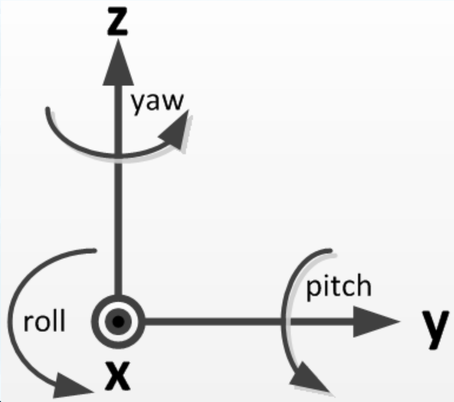
$$\frac{r\cdot \eta\mu\psi}{r\cdot \sigma\upsilon\nu\psi}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow \varepsilon\varphi\psi=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \psi\simeq 35^{o}$$

Αντικαθιστώντας στην (3) και λύνοντας ως προς r προκύπτει:

$$r=\frac{1}{\eta\mu\psi}\Rightarrow r=\frac{1}{\eta\mu 35^{o}}\Rightarrow r=\frac{1}{0{,}58}\Rightarrow r=1{,}73$$



Επομένως για να βρεθεί το τελικό στοιχείο δράσης στο σημείο με συνταταγμένες (1, 1, 1) ως προς το αρχικό σύστημα αναφοράς θα πρέπει να περιστραφεί η άρθρωση που καθορίζει την περιστροφή στον άξονα z κατά γωνία 45^{o} και στη συνέχεια η άρθρωση που καθορίζει την περιστροφή στον άξονα x κατά 35^{o}. Το έμβολο πρέπει να προεκταθεί σε μήκος 1,73.



Για κάθε σημείο θα πρέπει ο επεξεργαστής του ρομποτικού βραχίωνα (μικροελεγκτής, DSP, PLC, FPGA, υπολογιστής) να υπολογίζει τις γωνίες και να δίνει τις κατάλληλες εντολές στους κινητήρες που ελέγχουν την περιστροφή των αρθρώσεων.